

物 理

1. 以下の文章中の〔ア〕～〔ケ〕に適切な式を記入しなさい。ただし、〔ア〕, 〔イ〕は α と θ を用いずに解答しなさい。なお、文章中の角度の単位はラジアンである。

図1から図3のように、直方体から半径 R の円柱を円筒状にくり抜いた物体K（質量 M ）が、なめらかで水平な床の上に置かれている。この物体Kと、物体Kの内面（以降、物体内面とよぶ）上にある質量 m の小球の運動を考える。物体内面と小球の間に摩擦はない。また、物体Kが床面から離れることはない。図1のように、円筒の中心軸より鉛直におろした直線から測った角度を、反時計回り方向を正として θ （ $-\pi < \theta \leq \pi$ ）とする。また、物体内面上の $\theta = 0$ の位置を点Oとする。重力加速度の大きさを g として、紙面に垂直な方向の運動は考えない。空気抵抗は無視できる。

〔1〕 図1のように、物体Kが固定器具で床に固定されている場合を考える。小球を点Oに置き、水平方向右向きに速さ v_0 の初速度を与えた。小球は物体内面に沿って運動した。角度 $\theta = \frac{\pi}{3}$ での小球の速さは〔ア〕であり、このときに小球が物体内面から受ける垂直抗力の大きさは〔イ〕である。その後、小球は物体内面に沿って運動を続け、 $\theta = \alpha$ （ $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ）で物体内面から離れた。このことから $v_0 =$ 〔ウ〕である。

〔2〕 次に、物体Kが床に固定されていない場合を考える。はじめ物体Kは静止している。図2のように、小球を点Oに置き、水平方向右向きに速さ v_1 の初速度を与えた。このとき、物体Kの初速度の大きさは0のままであった。その後、小球は物体内面に沿って上昇し、物体Kから見て物体内面上でいったん静止した。このときの物体Kの床に対する速さは〔エ〕であり、点Oを通る水平面を基準とした小球の高さは〔オ〕であった。その後、小球は物体内面に沿って下降しはじめ、再び点Oに達した。このときの物体Kの床に対する速さは v_1 の〔カ〕倍であった。

〔3〕 図3のように、物体Kが固定器具で床に固定されている場合を考える。質量 m の2つの小球AとBを、それぞれ物体内面上の $\theta = -\frac{\pi}{2}$ ならびに $\theta = \frac{\pi}{2}$ の位置から初速度の大きさ0で同時に放した。小球AとBは点Oではじめて衝突し、反発係数 e ではね返った。その後、小球Bは物体内面に沿って上昇し、 θ が最大到達角度 θ_1 に達して、再び物体内面に沿って下降した。このとき $\cos \theta_1 =$ 〔キ〕である。小球Bが角度 θ （ $< \theta_1$ ）の位置にあるとき、物体内面の円弧に接する方向に沿って小球Bにはたらく力は、反時計回り方向を正として〔ク〕である。その後、小球AとBは衝突を繰り返し、小球Bの運動範囲の角度は1より十分小さくなった。このときの小球Bの運動を直線上での往復運動と近似すれば、衝突と次の衝突の間の小球の運動は、単振動する物体の運動の一部とみなすことができる。このことから、衝突と次の衝突の間の時間は〔ケ〕となる。ただし、1より十分小さい θ に対しては、 $\sin \theta \simeq \theta$ としてよい。

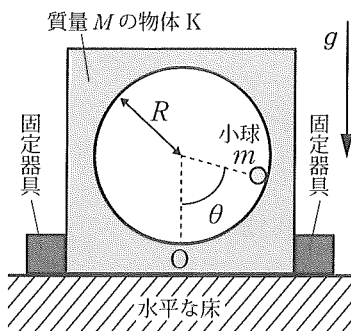


図 1

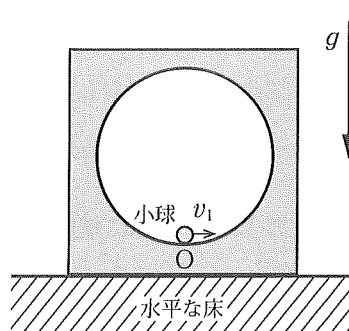


図 2

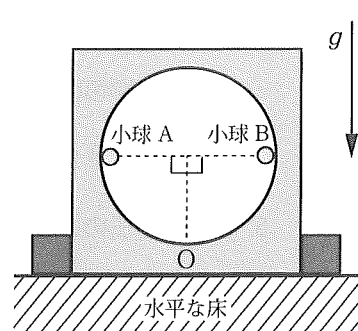


図 3

2. 以下の文章中の (ア) ～ (エ) および (カ) ～ (コ) に適切な式を記入しなさい。(オ) には文章中の指示にしたがって適切なグラフを描きなさい。ただし、解答に I_1 , t_1 を用いてはならない。なお、文章中の角度の単位はラジアンである。

図1のように、 $x \geq 0$ の領域において一様な磁束密度 (大きさ B) の磁場がかかっている。磁場の向きは、図1の右図において、紙面の手前から奥に向かう方向である。 $x < 0$ の領域には磁場はかかっていない。半径が a で中心角が $\frac{\pi}{2}$ の扇形コイル OHKL が磁場と垂直な x - y 平面内にあり、原点 O を中心として x - y 平面内でなめらかに回転できる。 O と L は、図1の左図の端子 P , Q をととして、電気抵抗 R の抵抗器、電気容量 C のコンデンサー、およびスイッチ S_1 , S_2 からなる図2の回路の端子 P , Q と常につながっている。 OL は十分に短く、 KL の長さを a とみなし、扇形コイルを貫く磁束は、半径が a で中心角が $\frac{\pi}{2}$ の扇形の面積を貫く磁束と考える。導線の太さや質量および電気抵抗、扇形コイル以外の部分で生じる誘導起電力、自己誘導、および空気抵抗の効果は無視する。また、扇形コイルの変形は考えない。

(1) スイッチ S_1 を閉じ、 S_2 を開いた状態で、点 H に外力を加えることで、扇形コイルを一定の角速度 ω (> 0) で図1のように反時計回りに回転させた。時刻 $t = 0$ において点 H は x - y 平面内の座標 $(0, a)$ の位置にあった。微小時間経過後に、扇形コイルを貫く磁束が減少し、端子 P に対する端子 Q の電位は (ア) となった。このとき扇形コイルには、 $K \rightarrow L$ の方向を正として $I_1 = (\text{ア}) \times (\text{イ})$ の電流が流れ、導線 KL が磁場から受ける力の大きさは (ウ) であった。その後、時刻 $t_1 = (\text{エ})$ で、はじめて扇形コイルに流れる電流が0となった。 $t = 0$ から扇形コイルが一回転する $t = \frac{2\pi}{\omega}$ までの時間の、 $K \rightarrow L$ 方向を正とした電流の時間変化を実線で描くと (オ) となる。扇形コイルが一回転するまでに抵抗器で生じたジュール熱は (カ) であった。扇形コイルに加えた外力がした仕事が抵抗器で発生したジュール熱と等しいので、時刻 t ($0 < t < t_1$) において点 H に加えた外力は (キ) であることがわかる。ただし、外力は常に扇形コイルの円弧の接線方向にけるものとする。

(2) スイッチ S_2 を閉じ、 S_1 を開いた状態で、点 H に外力を加えることで、扇形コイルを一定の角速度 ω (> 0) で図1のように反時計回りに回転させた。時刻 $t = 0$ において点 H は x - y 平面内の座標 $(0, a)$ の位置にあり、このときコンデンサーには電荷が蓄えられていなかった。微小時間経過後に扇形コイルには電流が流れ、コンデンサーは充電されはじめた。その後、時刻 $t_1 = (\text{エ})$ までにコンデンサーは十分に充電され、回路を流れる電流は0となった。このときコンデンサーに蓄えられた電気量は (ケ) であった。時刻 t_1 から $2t_1$ の間に、コンデンサーは放電し蓄えられた電気量は0となった。時刻 t_1 から $2t_1$ の間に抵抗器で発生したジュール熱は (ケ) であった。また、時刻 t_1 から $2t_1$ の間に回路に流れる、時間とともに変化する電流の大きさを I とおく。このとき、コンデンサーに蓄えられている、時間とともに変化する電気量の大きさは (コ) となる。

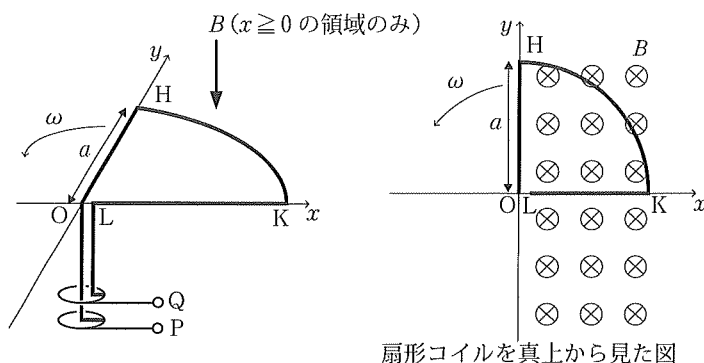


図1

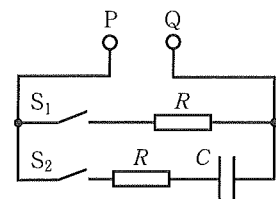


図2

3. 以下の文章中の (ア) ～ (ケ) に適切な式を記入しなさい。

図1のように、ピストン付きのシリンダーが大気中で水平な台の上に置かれている。ピストンの厚さは無視でき、その質量は M 、断面積は S である。シリンダーの内部には、物質質量 1 モルの単原子分子からなる理想気体が閉じ込められている。シリンダー内壁には、小さなストッパー A、B がシリンダー内側の底面から高さ L 、 $\frac{5}{3}L$ の位置にそれぞれ取り付けられており、ピストンはその間を傾かずになめらかに動く。ピストンの上側には、質量の無視できるフックが取り付けられている。また、シリンダー内には体積の無視できる加熱冷却器が設置されており、理想気体を加熱・冷却できる。ピストンとシリンダーは断熱材でできており、加熱冷却器以外では、シリンダー内の理想気体と外部の間に熱の移動はない。大気圧を p_0 、重力加速度の大きさを g 、気体定数を R とする。

(1) 図1のように、はじめピストンはストッパー A の上に置かれており、シリンダー内の理想気体の圧力は大気圧と同じ p_0 であった。このときの理想気体の温度(絶対温度)は (ア) であった(状態1)。シリンダー内の理想気体を加熱冷却器でゆっくりと加熱したところ、その圧力が (イ) に達したとき(状態2)、ピストンは上昇をはじめた。状態1→状態2の過程で、理想気体の内部エネルギーは (ウ) だけ増加した。さらに加熱を続けたところ、ピストンは、理想気体の圧力を (イ) に保ったままゆっくりと上昇し、やがてストッパー B に到達した(状態3)。状態2→状態3の過程で、理想気体が外部にした仕事は (エ) であった。また状態2→状態3の過程で、加熱冷却器から理想気体に加えられた熱量は (オ) であった。

(2) 図2のように、ばね定数 k のばねの一方の端をピストンに取り付けたフックに固定し、他端を天井に固定した。加熱冷却器で理想気体の温度を調整し、その圧力を大気圧と同じ p_0 にした。このとき、ピストンはストッパー B の位置で静止しており、ばねは自然長から $\frac{1}{3}L$ だけ伸びていた(状態4)。状態4から理想気体を冷却したところ、理想気体の温度(絶対温度)が (カ) に達したとき(状態5)、ピストンは下降をはじめた。状態4→状態5の過程で加熱冷却器が理想気体から吸収した熱量は (キ) であった。さらに冷却を続けたところ、ピストンは、力のつりあいを保ちながらゆっくりと下降し、やがてストッパー A に到達した(状態6)。このときの理想気体の圧力は (ク) であった。圧力-体積グラフ(p - V グラフ)を考えると、状態5→状態6の過程で理想気体が外部にした仕事は (ケ) であった。

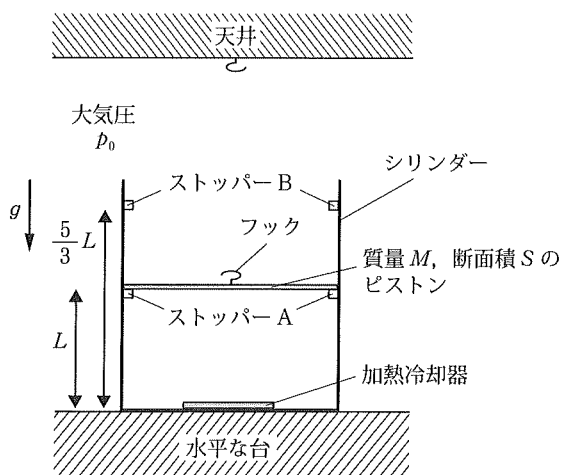


図1

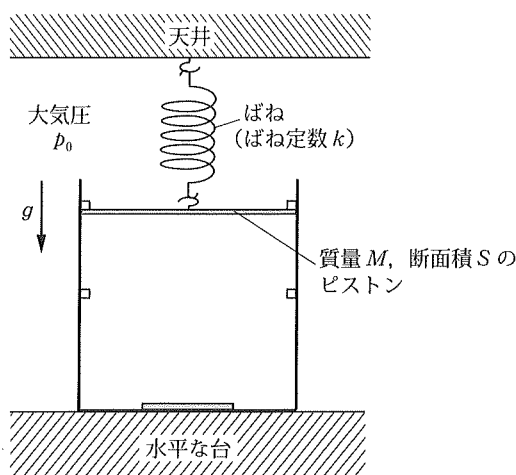


図2